



Chapitre 8 : fonction exponentielle d'après BAC ES 2001

EXERCICE 8-2-5 | ★★ | temps estimé:30-40mn



MATHS-LYCEE.FR

soutien et perfectionnement en mathématiques pour les élèves de lycée



Cours en vidéo, fiches méthodes, exercices en vidéo, QCM, exercices et contrôles corrigés avec aide et rappel de cours pour chaque question

Profitez des petits plus de MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR n'est pas seulement un site de ressources en ligne...

www.MATHS-LYCEE.fr - Chapitre 8 : Révisions : fonction exponentielle

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x + 3 + e^{(-x+2)}$

On notera (C_f) la courbe représentation de f dans un repère orthogonal.

1. Étudier les variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$.

Solution:

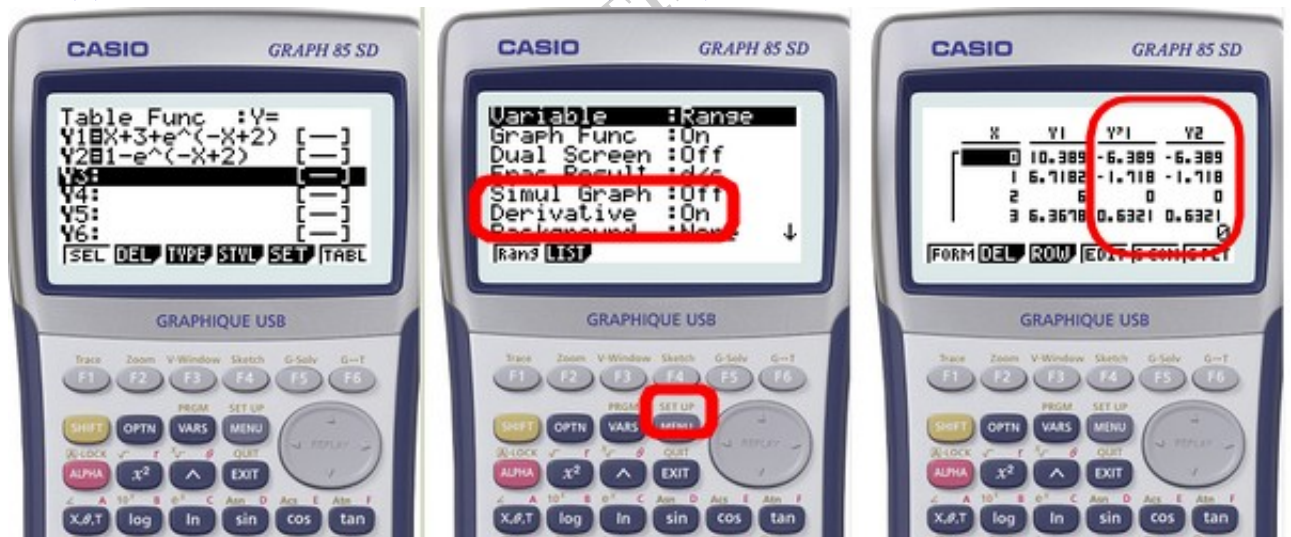
Avec $u(x) = -x + 2$ on a u dérivable sur $[0; +\infty[$ et donc e^u est dérivable sur $[0; +\infty[$

donc f est dérivable sur $[0; +\infty[$ (somme de fonctions dérivables sur $[0; +\infty[$)

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x + 3)' + u'(x)e^{u(x)} \\ &= 1 + (-1)e^{(-x+2)} \\ &= 1 - e^{(-x+2)} \end{aligned}$$

Remarque

Penser à contrôler le calcul de $f'(x)$ avec le MENU TABLE de la calculatrice en saisissant $Y1=f(x)$ et $Y2=f'(x)$ et en activant l'option DERIVATIVE (CASIO)



www.MATHS-LYCEE.fr - Chapitre 8 : Révisions : fonction exponentielle



Voir aussi fiche méthode chapitre 3 : contrôler une dérivée avec la calculatrice

Signe de $f'(x)$

$$1 - e^{(-x+2)} > 0 \iff 1 > e^{(-x+2)}$$

$$\iff e^0 > e^{(-x+2)}$$

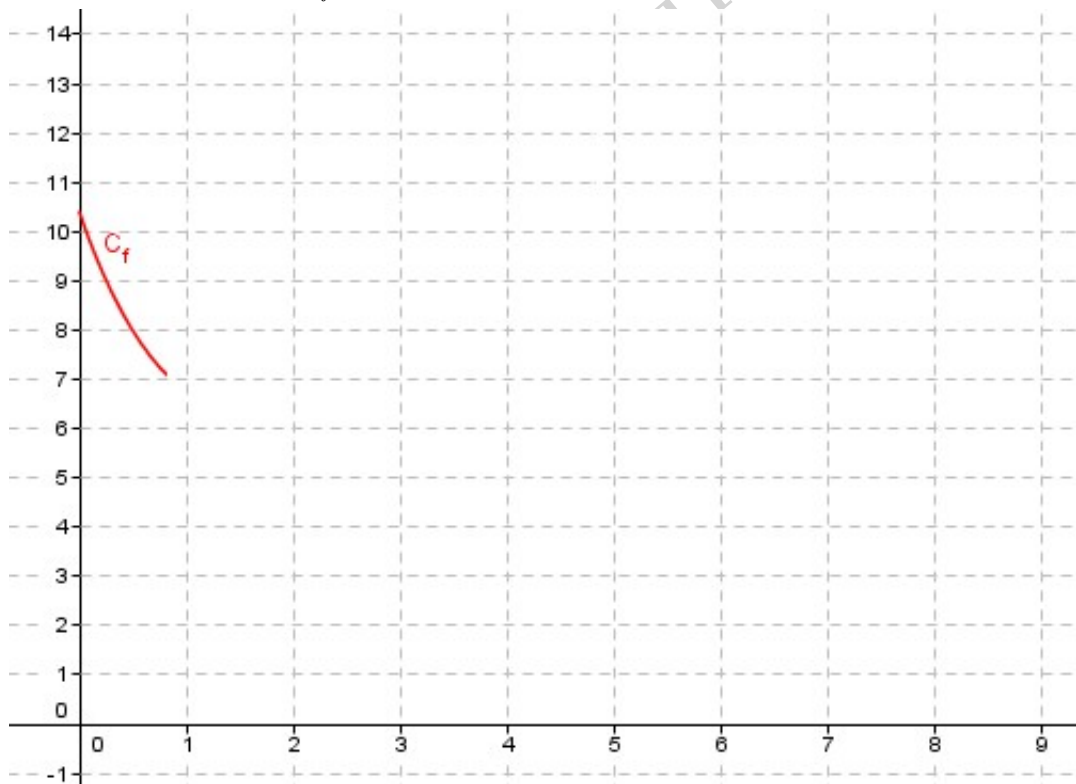
$$\iff 0 > -x + 2$$

$$\iff x > 2$$

donc $f'(x) > 0$ pour $x > 2$ et donc f est croissante sur $]2; +\infty[$.

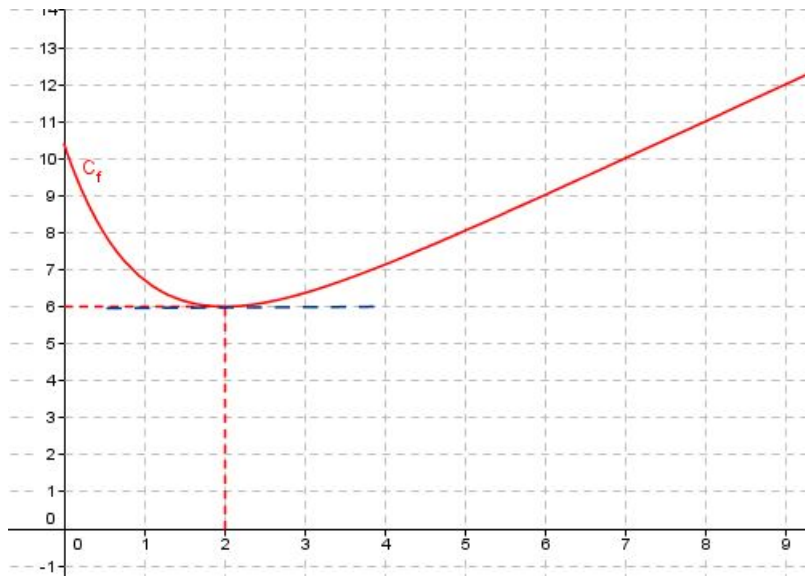
f est décroissante sur $[0; 2[$ et croissante sur $]2; +\infty[$.

2. Compléter le tracé de (C_f) ci-dessous.



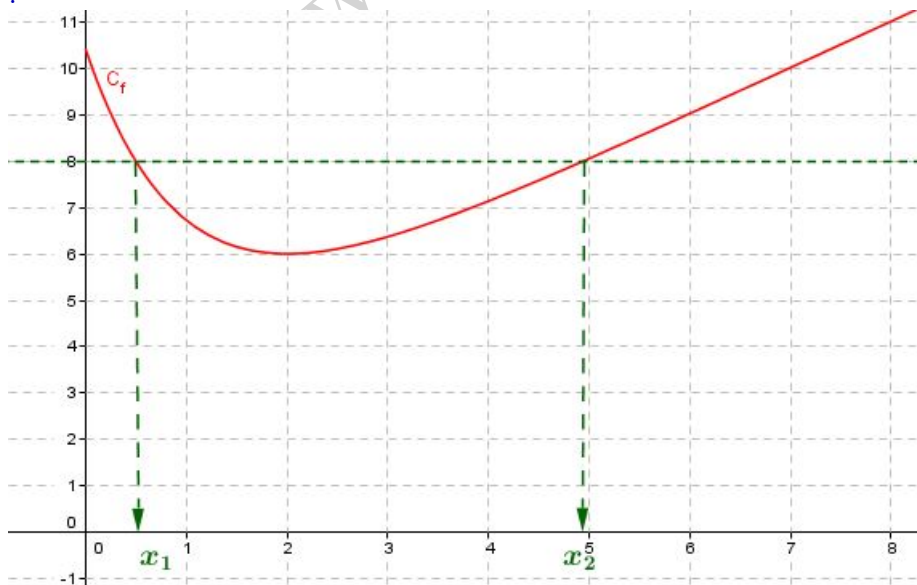
• Solution:

Le minimum de f est $f(2) = 2 + 3 + e^{(-2+2)} = 5 + e^0 = 6$ car $e^0 = 1$.



3. En utilisant le graphique, indiquer le nombre de solutions de l'équation E : $f(x) = 8$.
Donner une valeur approchée de ces solutions avec la précision permise par le graphique.

• Solution:



Graphiquement, les solutions sont les abscisses des points d'intersection de la courbe et de la droite d'équation $y = 8$

donc l'équation $f(x) = 8$ admet deux solutions $x_1 \approx 0,5$ et $x_2 \approx 4,9$.

4. Justifier que sur l'intervalle $[2; 6]$, l'équation E admet une solution unique α , dont on donnera un encadrement d'amplitude 10^{-2} .

• Solution:



f est continue sur $[2; 6]$ (somme de fonctions continues sur $[2; 6]$).

$$f(2) = 6 \text{ et } f(6) = 6 + 3e^{(-6+2)} \approx 9,02$$

f est continue et strictement croissante sur $[2; 6]$ et 8 est compris entre $f(2)$ et $f(6)$

donc d'après le théorème de la valeur intermédiaire l'équation $f(x) = 8$ admet une unique solution α .

En utilisant le MENU TABLE de la calculatrice, on obtient $f(4,94) \approx 7,99$ et $f(4,95) \approx 8,002$
donc $4,94 < \alpha < 4,95$.

$f(x) = 8$ admet une unique solution α sur $[2; 6]$ avec $4,94 < \alpha < 4,95$.

5. On appelle M la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1; 9]$.

Calculer M , en donner une valeur exacte, puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

Retrouvez l'intégralité du corrigé, contrôle des résultats avec la calculatrice....

SUR MATHS-LYCEE.FR

Ressources et accompagnement en mathématiques pour les élèves de lycée.

Rejoignez-nous et révisiez avec de l'aide et des conseils au quotidien...

Partie B

Une entreprise industrielle produit chaque jour x centaines d'objets ($1 < x < 20$).

Le coût de fabrication de x centaines d'objets est donné par $f(x)$ exprimé en milliers d'euros.

1. Calculer le coût de fabrication de 600 objets puis 1200 objets, arrondi à l'euro.
2. Quelle quantité d'objets doit-on fabriquer pour que le coût de fabrication soit le plus proche possible de 8000 euros ?
3. Montrer que le coût de fabrication est minimal lorsque l'entreprise fabrique une quantité q_0 d'objets.
Donner la valeur de q_0 .
Quel est alors le coût, en euros, de fabrication d'un objet ?